

ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ МИНИМУМ

Математика (алгебра и начала анализа)

10 класс

1 четверть

Тригонометрия

Связь тригонометрических функций одного аргумента

1) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ 6) $tg \alpha \cdot ctg \alpha = 1$ 4) $tg \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ 5) $ctg \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$
 2) $1 + tg^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ 3) $1 + ctg^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$

Формулы двойного аргумента

$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
 $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
 $tg 2\alpha = \frac{2tg \alpha}{1 - tg^2 \alpha}$

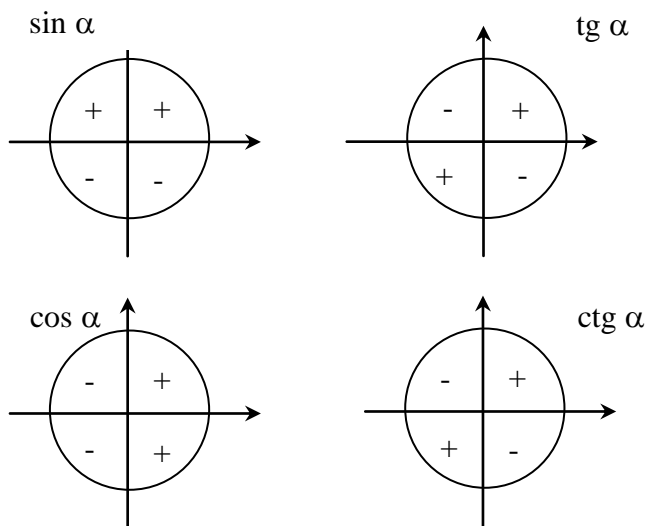
Формулы для аргументов α и $-\alpha$

$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$
 $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$
 $tg(-\alpha) = -tg \alpha$
 $ctg(-\alpha) = -ctg \alpha$

Часто встречающиеся значения

α	$0^0 = 0 \text{ рад}$	$30^0 = \frac{\pi}{6}$	$45^0 = \frac{\pi}{4}$	$60^0 = \frac{\pi}{3}$	$90^0 = \frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$tg \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	-
$ctg \alpha$	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

Знаки тригонометрических функций



Формулы приведения

1) В правой части формулы ставится тот знак, который имеет левая часть при условии

$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

2) Если в левой части формулы угол равен $\frac{\pi}{2} \pm \alpha$ или $\frac{3\pi}{2} \pm \alpha$, то синус заменяется на косинус, тангенс на котангенс и наоборот.

Если угол равен $\pi \pm \alpha$ или $2\pi \pm \alpha$, то замены не происходит.

Примеры:

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$ $\cos(90^0 + \alpha) = -\sin \alpha$
 $\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$ $tg(180^0 - \alpha) = -tg \alpha$

Формулы сложения

$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha$
 $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \sin \beta \cdot \cos \alpha$
 $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$
 $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$
 $tg(\alpha + \beta) = \frac{tg \alpha + tg \beta}{1 - tg \alpha \cdot tg \beta}$
 $tg(\alpha - \beta) = \frac{tg \alpha - tg \beta}{1 + tg \alpha \cdot tg \beta}$

Формулы понижения степени

$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$ $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$

Формулы преобразования суммы в произведение

$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$
 $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$
 $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$
 $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$

1. Функции и их свойства

Числовой функцией – с областью определения D называется

соответствие, при котором каждому значению переменной x их множества D сопоставляется по некоторому правилу число y , зависящее от x .

X – независимая переменная (аргумент функции).

Y – зависимая переменная (значение функции).

Область определения функции ($D(f)$) – все значения независимой переменной.

Область определения функции ($E(f)$) – все значения, которые принимает зависимая переменная.

2. График функции f – множество всех точек (x,y) координатной плоскости, где $y=f(x)$, а x «пробегают» всю область определения функции f .

Преобразование графиков:

1) $y = -f(x)$ Симметрия относительно OX для $y=f(x)$

2) $y = f(-x)$ Симметрия относительно OY для $y=f(x)$

3) $y = f(x-a)$ Параллельный перенос вдоль OX $y=f(x)$
влево при $a < 0$ вправо при $a > 0$

4) $y = f(x)+b$ Параллельный перенос вдоль OY $y=f(x)$
вверх при $b > 0$ вниз при $b < 0$

5) $y = f(kx)$ Сжатие или растяжение вдоль OX $y=f(x)$
 $k > 1$ сжатие $0 < k < 1$ растяжение

6) $y = kf(x)$ Сжатие и растяжение вдоль OY $y=f(x)$

7) $y = |f(x)|$ Части графика $y=f(x)$, лежащие ниже OX – симметрично отображаются относительно OX (вверх).

8) $y = f(|x|)$ Часть графика $y=f(x)$, симметрично отображается относительно OY (влево).

3. Четные и нечетные функции

1). Функция f называется **четной**, если для любого x из ее области определения $f(-x) = f(x)$.

2). Функция f называется **нечетной**, если для любого x из ее области определения $f(-x) = -f(x)$.

1. Периодичность функций

Если для любого значения x из области определения функции найдется такое T , что $f(x+T) = f(x-T) = f(x)$, причем $(x+T); (x-T)$ принадлежат области определения f , то такая функция называется **периодической**.

Число T называется **периодом** функции $f(x)$.

2. Возрастание и убывание функции

1) Функция f **возрастает** на множестве P , если для любых x_1 и x_2 на множестве P , таких, что $x_2 > x_1$, выполнено равенство $f(x_2) > f(x_1)$.

2) Функция f **убывает** на множестве P , если для любых x_1 и x_2 на множестве P , таких, что $x_2 > x_1$, выполнено равенство $f(x_2) < f(x_1)$.

3. Экстремумы функции

1) Точка x_0 называется точкой минимума функции f , если для всех x из некоторой окрестности x_0 выполнено неравенство $f(x) \geq f(x_0)$.

2) Точка x_0 называется точкой максимума функции f , если для всех x из некоторой окрестности x_0 выполнено неравенство $f(x) \leq f(x_0)$.

4. Схема исследования функций

1) Найти область определения и значений данной функции f .

2) Выяснить, является ли функция f : а) четной или нечетной; б) периодической.

3) Вычислить координаты точек пересечения графика с осями координат.

4) Найти промежутки знакопостоянства функции f .

5) Выяснить на каких промежутках функция f возрастает, на каких убывает.

6) Найти точки экстремума, вид экстремума (максимум или минимум) и вычислить значения f в этих точках.

7) Исследовать поведение функции f в окрестности характерных точек, не входящих в область определения, и при больших (по модулю) значениях аргумента.